

CORSO DI STATICA E SCIENZA DELLE COSTRUZIONI

A.A. 2021-2022

Prova scritta in aula del 18.03.2022

Parte II - Testo 1

Nota: I risultati numerici vanno riportati a penna su questo stesso foglio, nei riquadri predisposti; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.

Allievo:.....e-mail:..... Matricola:.....

Esercizio n. 1 (17 punti)

Risolvere mediante il Principio dei Lavori Virtuali (PLV) la struttura iperstatica riportata in Figura, assumendo, come incognita iperstatica, il momento flettente sull'appoggio di continuità C , M_C .

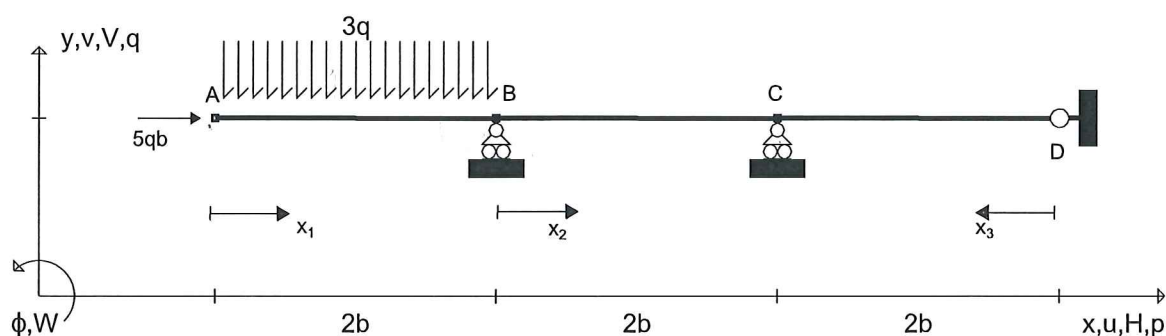
Dopo avere determinato l'iperstatica *tenendo conto solo della deformabilità flessionale*, calcolare le reazioni vincolari, le azioni interne e tracciare nello spazio predisposto nella pagina a fronte i corrispondenti grafici.

Calcolare infine, riapplicando il PLV, lo spostamento verticale del punto A , v_A .

Si rammenta che il diagramma del momento flettente va riportato dalla parte delle fibre tese.

Universita' di Cagliari

SdC_SdA 18.03.22*001



ED. CONQUENTA $\Delta\phi_c = 0$

Esercizio n. 2 (7 punti)

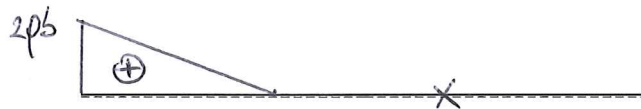
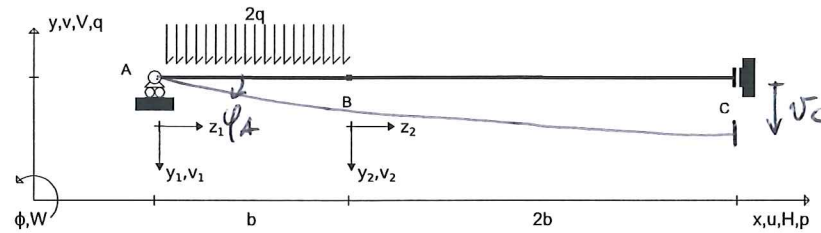
Per la struttura *isostatica*, indicata in Figura, determinare le reazioni vincolari e l'espressione delle azioni interne, nonché le condizioni al contorno imposte dai vincoli nei punti A , B e C .

Utilizzare quindi l'equazione della linea elastica per determinare:

1. La deformata della linea d'asse, $v(z) = v_1(z_1) \cup v_2(z_2)$;
2. La sua derivata prima, $v'(z) = v_1'(z_1) \cup v_2'(z_2)$;
3. La rotazione del punto A , φ_A ;
4. Lo spostamento verticale del punto C , v_C .

Università di Cagliari

SdC_SdA 18.03.22*001



↑ (+) ↓



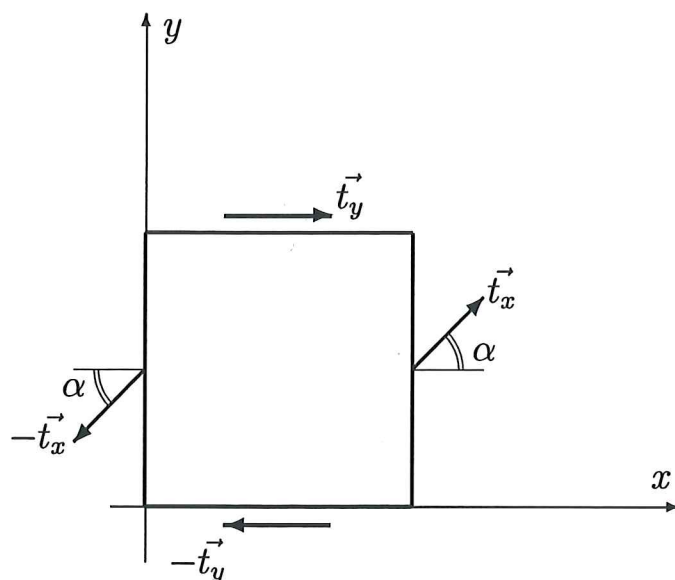
$$\begin{aligned}
 V_A (\uparrow) &= 2qb; & H_C (\Rightarrow) &= 0; & M_C (\curvearrowright) &= qb^2; \\
 N_{AB} &= 0; & T_{AB} &= 2qb - 2qz_1; & M_{AB} &= 2qbz_1 - qz_1^2; \\
 N_{BC} &= 0; & T_{BC} &= 0; & M_{BC} &= qb^2; \\
 \text{c.c in } A &= v(z_1=0)=0; & \text{c.c in } B &= v_1(z_1=b)=v_2(z_2=0); & v_1'(z_1=b) &= v_2'(z_2=0); \\
 \text{c.c in } C &= v'(z_2=2b)=0; \\
 v_1(z_1) &= -\frac{qb}{6E} z_1^3 + \frac{q}{12E} z_1^4 + \frac{8qb^2}{3E} z_1; & v_1'(z_1) &= -\frac{qb}{E} z_1^2 + \frac{q}{3E} z_1^3 + \frac{8qb^2}{3E}; \\
 v_2(z_2) &= -\frac{qb^2}{2E} z_2 + \frac{2qb^2}{E} z_2 + \frac{23qb^4}{12E}; & v_2'(z_2) &= -\frac{qb^2}{E} z_2 + \frac{2qb^2}{E}; \\
 v_C &= \frac{53qb^4}{12E} (\downarrow); & \varphi_A &= \frac{8qb^3}{3E} (\downarrow);
 \end{aligned}$$

Esercizio n. 3 (9 punti)

Un elemento di materiale *in condizioni di equilibrio* è soggetto lungo le facce aventi come normali gli assi x e y ai vettori sforzo (piani) t_x e t_y rispettivamente; di questi t_x è inclinato rispetto all'asse x di un angolo $\alpha = 240^\circ$ (sicché $\cos \alpha = -1/2$; $\sin \alpha = -\sqrt{3}/2$) e ha modulo di valore $|t_x| = 80$ MPa. L'altro vettore sforzo, t_y , è invece *orizzontale*, come indicato in Figura.

Si chiede di determinare le componenti σ_x , σ_y e τ_{xy} del tensore degli sforzi, costruire il cerchio di Mohr, determinare gli sforzi principali, σ_1 e σ_2 , e la massima tensione tangenziale, τ_{\max} .

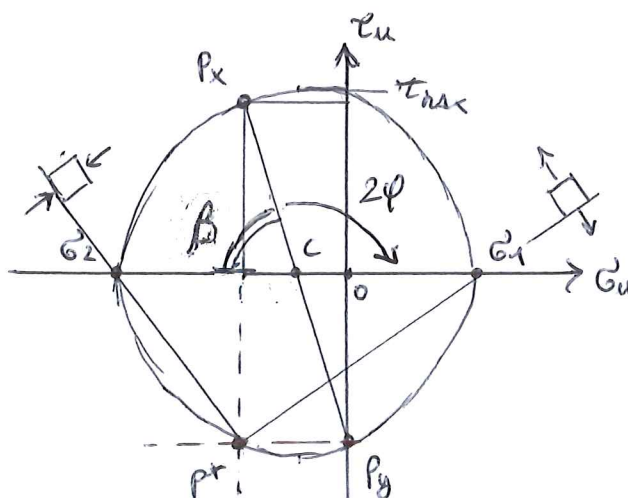
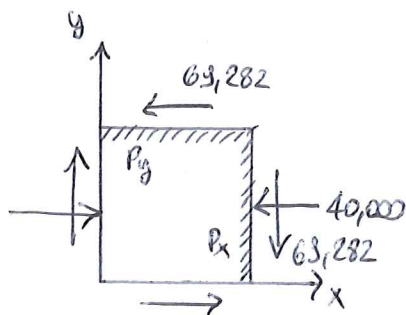
Determinare inoltre quanto vale l'angolo φ formato dall'asse x e dall'asse normale alla faccia sulla quale agisce lo sforzo principale massimo, σ_1 .



$$\sigma_x = -40,000 \text{ (MPa)}; \sigma_y = 0 \text{ (MPa)}; \tau_{xy} = -69,282 \text{ (MPa)};$$

$$\sigma_1 = 52,111 \text{ (MPa)}; \sigma_2 = -92,111 \text{ (MPa)}; \tau_{\max} = 72,111 \text{ (MPa)};$$

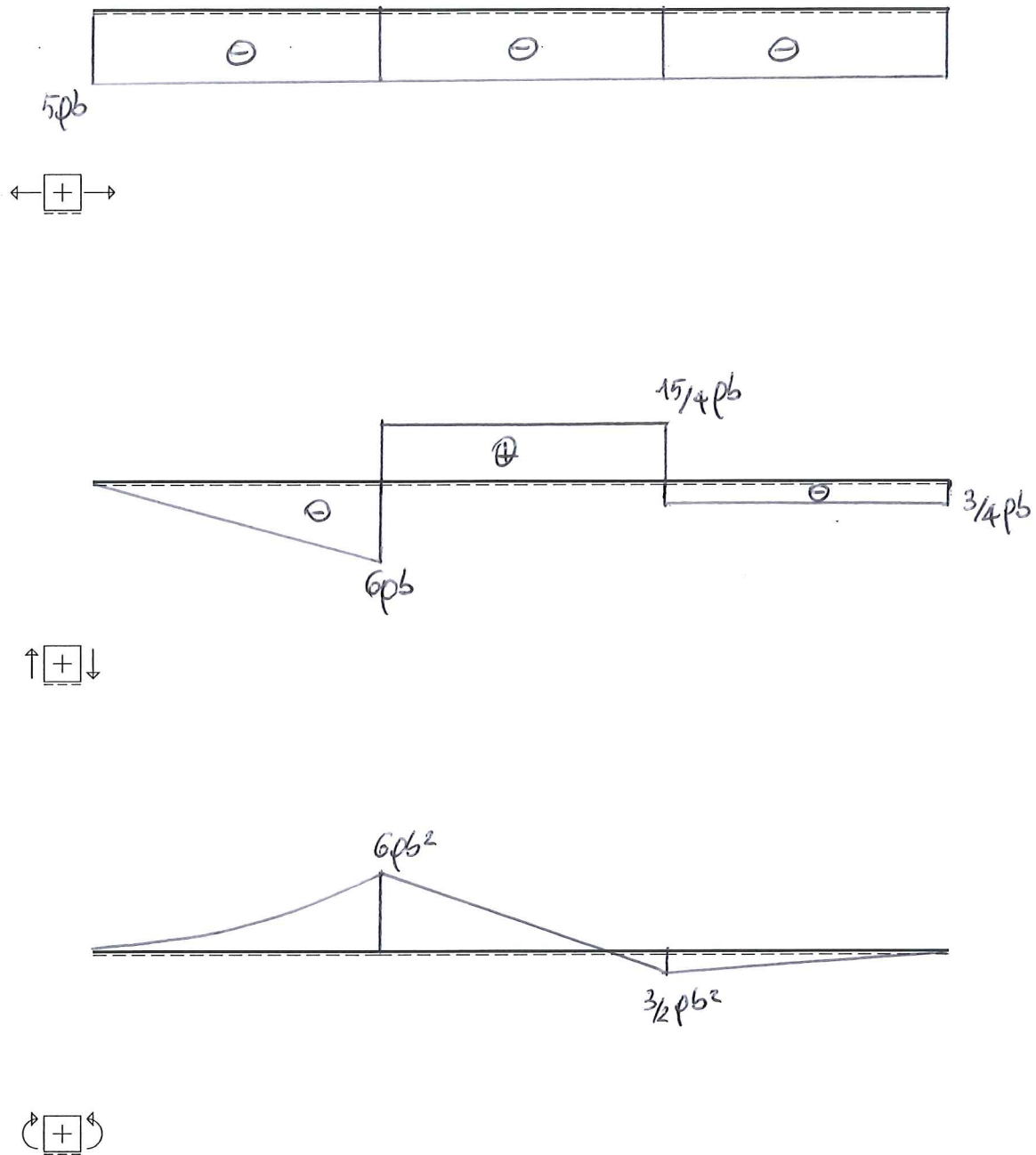
cerchio di Mohr:



$$P_x = (-40,000; 69,282)$$

$$P_y = (0,000; -69,282)$$

$$\varphi = 53,05 \text{ (}^\circ\text{)}; \text{ N.B. } 2\varphi = \pi - \beta, \beta = 73,83^\circ, 2\varphi = 106,10^\circ$$



$$\begin{aligned}
 V_B(\uparrow) &= \dots\dots\dots \frac{38}{4}qb; & V_C(\uparrow) &= \dots\dots\dots -\frac{9}{2}pb; & H_D(\Rightarrow) &= \dots\dots\dots -5pb; & V_D(\uparrow) &= \dots\dots\dots \frac{3}{4}pb; & M_C(\curvearrowright) &= \dots\dots\dots \frac{3}{2}pb^2; \\
 N_{AB} &= \dots\dots\dots -5pb; & T_{AB} &= \dots\dots\dots -3px1; & M_{AB} &= \dots\dots\dots -\frac{3}{2}qx1^2; \\
 N_{BC} &= \dots\dots\dots -5pb; & T_{BC} &= \dots\dots\dots \frac{15}{4}pb; & M_{BC} &= \dots\dots\dots -6pb^2 + \frac{15}{4}qb \times 2; \\
 N_{DC} &= \dots\dots\dots -5pb; & T_{DC} &= \dots\dots\dots -\frac{3}{4}pb; & M_{DC} &= \dots\dots\dots \frac{3}{4}pb \times 3; \\
 v_A &= \dots\dots\dots -\frac{13qb^4}{8} \quad (\downarrow)
 \end{aligned}$$